PIANO DI AMMORTAMENTO CON TAN = ∞

Anche in tale caso, il valore dell'equazione porta come risultato una forma indeterminata, ovvero assume valore infinito su infinito, motivo per il quale utilizzeremo il teorema dei limiti per ottenere il risultato cercato:

Tan= ∞

i= ∞

$$M = \frac{C * i * n * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

Per TAN => ∞ - i=> ∞ (per valori del Tasso annuale nominale tendente ad infinito)

$$\lim_{i \to \infty} \frac{C * i * n * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Scomponendo la funzione per individuare il responsabile della forma indeterminata, otterremo

$$\lim_{i \to \infty} \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad * C * n * (1+i)^n$$

applicando il teorema di de L'Hopital (*Se la funzione è derivabile e la forma indeterminata è 0/0 o ∞/∞, posso usare il teorema di L'Hopital e studiare il limite della funzione derivata prima, seconda, terza, ecc. fin quando non trovo un limite determinato, finito o infinito"*) per entrambi i componenti della funzione responsabile della forma indeterminata otterremo (la derivata del denominatore è la derivata di una funzione composta) :

$$\lim_{i \to \infty} \frac{D[i]}{D[(1+i)^n - 1]} \quad = \frac{1}{n(1+i)^{n-1}} * C * n * (1+i)^n = C * (1+i)$$

$$\lim_{i \to \infty} C(1+i) = C * (1+\infty) = \infty$$

M= ∞

Nel caso in esame, in cui il tasso di interesse è pari ad infinito, l'equazione dell'ammortamento francese mostra una sua notevole criticità, che non si evidenzia nel montante M, che ovviamente assume valori pari ad infinito per effetto di interessi infiniti, ma si manifesta nella quota di capitale delle singole rate, manifestando una criticità, ovvero il valore delle quote di capitale per valori del tasso di interesse pari ad infinito sarà pari a zero.

In sostanza ci troviamo di fronte ad un paradosso, in quanto, come vedremo, a tassi infiniti il capitale finanziato assume valori zero nella fase di rateizzo, facendo sorgere numerose domande sulla utilità della formula dell'ammortamento francese nei metodi di rimborso a rate (tale paradosso ha anche un senso logico sotto un profilo finanziario, in quanto il tasso è anche espressione del rischio di rimborso, e i valori infiniti dei tassi rappresenta il rischio certo di perdere il capitale, e quindi in tale caso appare ovvio che il capitale prestato sarebbe zero)..

Infatti, come stiamo dimostrando, nel metodo dell'ammortamento francese il tasso di interesse influenza la determinazione delle quote di capitale delle singole rate, e all'aumentare del tasso di interesse le singole quote diminuiscono rallentando la restituzione del debito, influenzando indirettamente il totale degli interessi da corrispondere.

La rata conseguentemente sarà pari a:

$$C1 = \frac{Rk}{(1+i)^n}$$

$$Rk = M/n = \frac{C * i * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$C1 = \frac{1}{(1+i)^n} \frac{C * i * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} => \frac{C * i}{(1+i)^n - 1}$$

Ma per valori di i pari ad infinito avremo una forma indeterminata, ovvero infinito su infinito, possiamo risolverla come le forme indeterminate precedenti:

$$C1 = \frac{1}{(1+i)^n} \frac{C * i * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} => \frac{C * i}{(1+i)^n - 1}$$

Tan= ∞

i= ∞

$$C1 = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{i \to \infty} \frac{D[i]}{D[(1+i)^n - 1]} = \frac{C}{n(1+i)^{n-1}} = 0$$

$$C1 = 0$$

Quindi quando il tasso di interesse assume valori pari ad infinito le quote di capitale assumono valore pari a zero, e tale passaggio è dimostrabile in quanto i valori delle quote di capitale delle successive rate sono collegate tra loro mediante il binomio (1+i) (dimostrazione nell'allegato tecnico criticità dell'ammortamento francese) tale che C2/C1, C3/C2, ecc.ecc. è sempre pari ad (1+i), quindi

$$C2 = C1(1+i)$$

Risolvendola sempre come nelle precedenti funzioni per le forme indeterminate, otterremo:

C2=0

E così per tutte le quote di capitale del piano di ammortamento.

Tale fenomeno è dovuto dalla presenza nella formula dell'ammortamento francese di un tasso di sconto che chiameremo α, ovvero:

$$\alpha = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Tale tasso di sconto ha effetto sul capitale finanziato in quanto ha una forza contraria rispetto al tasso di rateizzo, generando un doppio effetto, ovvero sconta il capitale erogato e contemporaneamente lo capitalizza.

Infatti sostituendo alfa nella formula dell'ammortamento francese possiamo scriverla :

$$M = \mathrm{C} * \alpha * \mathrm{n} * (1+i)^n$$

Tralasciando l'approfondimento nelle apposite sezioni, possiamo costruire un piano di ammortamento con il finanziamento usato negli esempi precedenti per verificare quanto detto:

Come possiamo vedere nell'ammortamento francese il tasso di interesse influenza il piano ammortamento del capitale, riducendo in maniera significativa la quota di rimborso all'aumentare dei tassi di interesse.

Si è anche mostrato il motivo della maggiore sensibilità di tale piano alla variazione dei tassi rispetto all'ammortamento italiano, in quanto lo stesso tasso ha un influenza sulla determinazione delle quote di capitale da restituire, motivo per il quale l'oscillazione dei tassi ha un doppio impatto, sul totale degli interessi in via diretta mediante il tasso stesso ed in via indiretta mediante il rallentamento del capitale da restituire.

La formula dell'ammortamento francese fin qui analizzata nasconde notevoli criticità e potenzialità che per adesso abbiamo solo scalfito.